



MAA AMC
American Mathematics Competitions

MAA American Mathematics Competitions
38th Annual

AMC 8

Tuesday, January 17, 2023 through Monday, January 23, 2023

INSTRUCTIONS

1. DO NOT OPEN THIS BOOKLET UNTIL YOUR COMPETITION MANAGER TELLS YOU TO BEGIN.
2. This is a 25-question multiple-choice competition. For each question, only one answer choice is correct.
3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a #2 pencil. Check blackened answers for accuracy and erase errors completely. Only answers that are properly marked on the answer sheet will be scored.
4. SCORING: You will receive 1 point for each correct answer, 0 points for each problem left unanswered, and 0 points for each incorrect answer.
5. Only blank scratch paper, rulers, and erasers are allowed as aids. Prohibited materials include calculators, smartwatches, phones, computing devices, compasses, protractors, and graph paper. No problems on the competition will require the use of a calculator.
6. Figures are not necessarily drawn to scale.
7. You will have 40 minutes to complete the competition once your competition manager tells you to begin.

The problems and solutions for this AMC 8 were prepared
by the MAA AMC 8 Editorial Board under the direction of:

Silva Chang

The MAA AMC office reserves the right to disqualify scores from a school if it determines that the rules or the required security procedures were not followed.

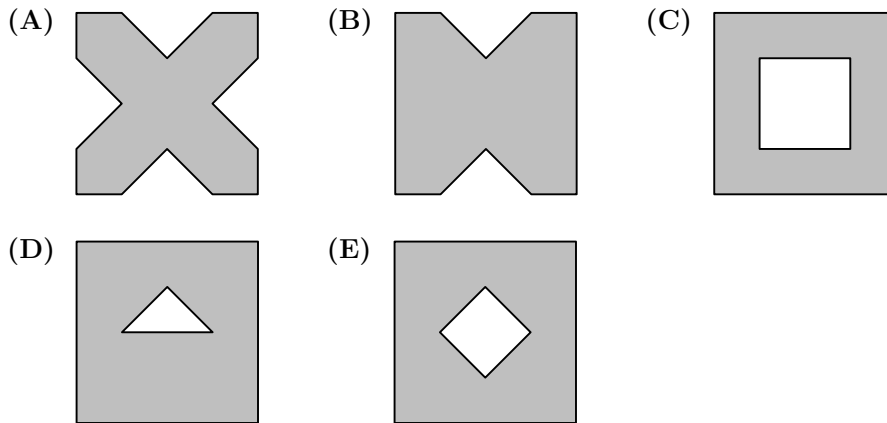
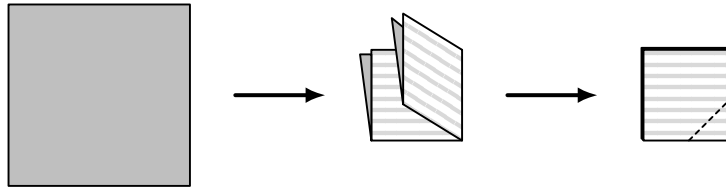
The publication, reproduction, or communication of the problems or solutions of this competition during the period when students are eligible to participate seriously jeopardizes the integrity of the results. Dissemination via phone, email, or digital media of any type during this period is a violation of the competition rules.

© 2023 Mathematical Association of America

1. What is the value of $(8 \times 4 + 2) - (8 + 4 \times 2)$?

(A) 0 (B) 6 (C) 10 (D) 18 (E) 24

2. A square piece of paper is folded twice into four equal quarters, as shown below, then cut along the dashed line. When unfolded, the paper will match which of the following figures?



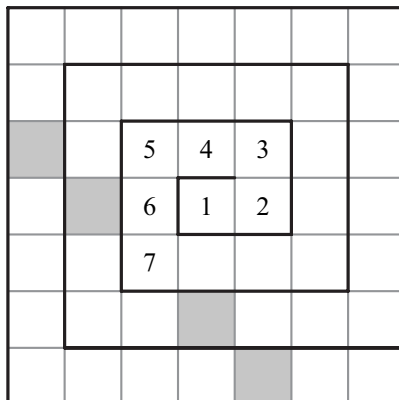
3. *Wind chill* is a measure of how cold people feel when exposed to wind outside. A good estimate for wind chill can be found using this calculation:

$$(\text{wind chill}) = (\text{air temperature}) - 0.7 \times (\text{wind speed}),$$

where temperature is measured in degrees Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) and wind speed is measured in miles per hour (mph). Suppose the air temperature is 36°F and the wind speed is 18 mph. Which of the following is closest to the approximate wind chill?

(A) 18 (B) 23 (C) 28 (D) 32 (E) 35

4. The numbers from 1 to 49 are arranged in a spiral pattern on a square grid, beginning at the center. The first few numbers have been entered into the grid below. Consider the four numbers that will appear in the shaded squares, on the same diagonal as the number 7. How many of these four numbers are prime?

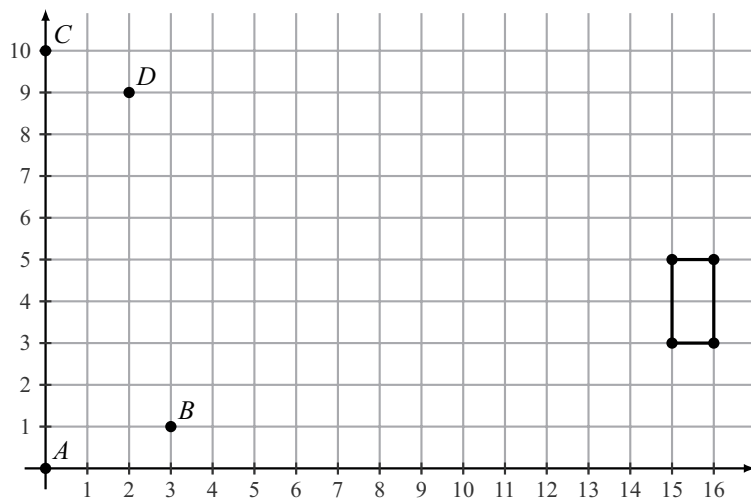


- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
5. A lake contains 250 trout, along with a variety of other fish. When a marine biologist catches and releases a sample of 180 fish from the lake, 30 are identified as trout. Assume that the ratio of trout to the total number of fish is the same in both the sample and the lake. How many fish are there in the lake?
- (A) 1250 (B) 1500 (C) 1750 (D) 1800 (E) 2000
6. The digits 2, 0, 2, and 3 are placed in the expression below, one digit per box. What is the maximum possible value of the expression?

$$\boxed{}^{\boxed{}} \times \boxed{}^{\boxed{}}$$

- (A) 0 (B) 8 (C) 9 (D) 16 (E) 18

7. A rectangle, with sides parallel to the x -axis and y -axis, has opposite vertices located at $(15, 3)$ and $(16, 5)$. A line is drawn through points $A(0, 0)$ and $B(3, 1)$. Another line is drawn through points $C(0, 10)$ and $D(2, 9)$. How many points on the rectangle lie on at least one of the two lines?



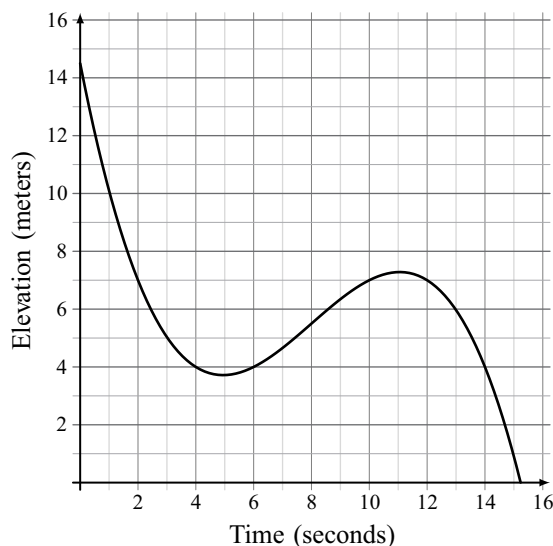
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. Lola, Lolo, Tiya, and Tiyo participated in a ping pong tournament. Each player competed against each of the other three players exactly twice. Shown below are the win-loss records for the players. The numbers 1 and 0 represent a win or loss, respectively. For example, Lola won five matches and lost the fourth match. What was Tiyo's win-loss record?

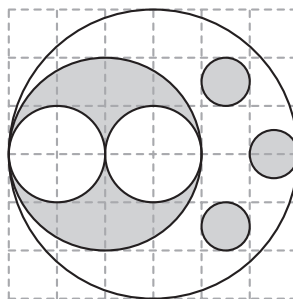
Player	Result
Lola	111011
Lolo	101010
Tiya	010100
Tiyo	??????

- (A) 000101 (B) 001001 (C) 010000 (D) 010101 (E) 011000

9. Malaika is skiing on a mountain. The graph below shows her elevation, in meters, above the base of the mountain as she skis along a trail. In total, how many seconds does she spend at an elevation between 4 and 7 meters?

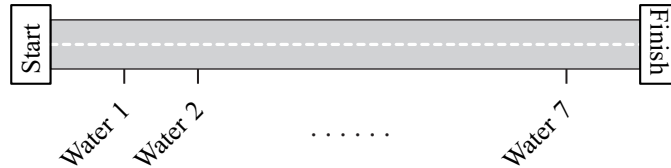


- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14
10. Harold made a plum pie to take on a picnic. He was able to eat only $\frac{1}{4}$ of the pie, and he left the rest for his friends. A moose came by and ate $\frac{1}{3}$ of what Harold left behind. After that, a porcupine ate $\frac{1}{3}$ of what the moose left behind. How much of the original pie still remained after the porcupine left?
- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{5}{12}$
11. NASA's Perseverance Rover was launched on July 30, 2020. After traveling 292,526,838 miles, it landed on Mars in Jezero Crater about 6.5 months later. Which of the following is closest to the Rover's average interplanetary speed in miles per hour?
- (A) 6,000 (B) 12,000 (C) 60,000 (D) 120,000 (E) 600,000
12. The figure below shows a large white circle with a number of smaller white and shaded circles in its interior. What fraction of the interior of the large white circle is shaded?

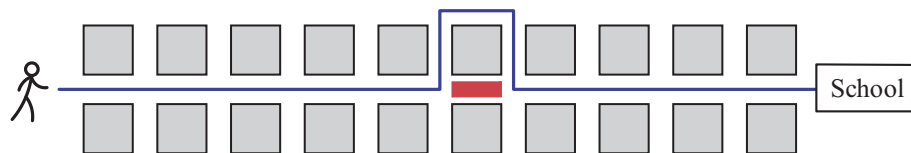


- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{11}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{19}{36}$ (E) $\frac{5}{9}$

13. Along the route of a bicycle race, 7 water stations are evenly spaced between the start and finish lines, as shown in the figure below. There are also 2 repair stations evenly spaced between the start and finish lines. The 3rd water station is located 2 miles after the 1st repair station. How long is the race in miles?



- (A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 48 (E) 96
14. Nicolas is planning to send a package to his friend Anton, who is a stamp collector. To pay for the postage, Nicolas would like to cover the package with a large number of stamps. Suppose he has a collection of 5-cent, 10-cent, and 25-cent stamps, with exactly 20 of each type. What is the greatest number of stamps Nicolas can use to make exactly \$7.10 in postage?
- (Note: The amount \$7.10 corresponds to 7 dollars and 10 cents. One dollar is worth 100 cents.)
- (A) 45 (B) 46 (C) 51 (D) 54 (E) 55
15. Viswam walks half a mile to get to school each day. His route consists of 10 city blocks of equal length and he takes one minute to walk each block. Today, after walking 5 blocks, Viswam discovers that he has to make a detour, walking 3 blocks of equal length instead of 1 block to reach the next corner. From the time he starts his detour, at what speed, in miles per hour, must Viswam walk in order to arrive at school at his usual time?

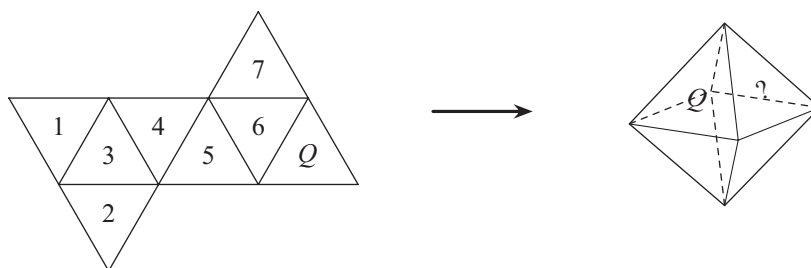


- (A) 4 (B) 4.2 (C) 4.5 (D) 4.8 (E) 5

16. The letters P, Q, and R are entered into a 20×20 table according to the pattern shown below. How many Ps, Qs, and Rs will appear in the completed table?

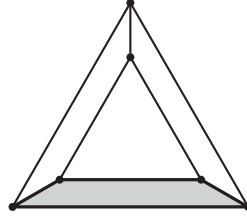
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$
Q	R	P	Q	R	...
P	Q	R	P	Q	...
R	P	Q	R	P	...
Q	R	P	Q	R	...
P	Q	R	P	Q	...

- (A) 132 Ps, 134 Qs, 134 Rs
 (B) 133 Ps, 133 Qs, 134 Rs
 (C) 133 Ps, 134 Qs, 133 Rs
 (D) 134 Ps, 132 Qs, 134 Rs
 (E) 134 Ps, 133 Qs, 133 Rs
17. A *regular octahedron* has eight equilateral triangle faces with four faces meeting at each vertex. Jun will make the regular octahedron shown on the right by folding the piece of paper shown on the left. Which numbered face will end up to the right of Q ?

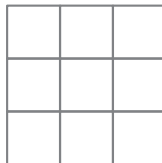


- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
18. Greta Grasshopper sits on a long line of lily pads in a pond. From any lily pad, Greta can jump 5 pads to the right or 3 pads to the left. What is the fewest number of jumps Greta must make to reach the lily pad located 2023 pads to the right of her starting position?
- (A) 405 (B) 407 (C) 409 (D) 411 (E) 413

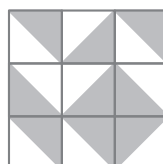
19. An equilateral triangle is placed inside a larger equilateral triangle so that the region between them can be divided into three congruent trapezoids, as shown below. The side length of the inner triangle is $\frac{2}{3}$ the side length of the larger triangle. What is the ratio of the area of one trapezoid to the area of the inner triangle?



- (A) 1 : 3 (B) 3 : 8 (C) 5 : 12 (D) 7 : 16 (E) 4 : 9
20. Two integers are inserted into the list 3, 3, 8, 11, 28 to double its range. The mode and median remain unchanged. What is the maximum possible sum of the two additional numbers?
- (A) 56 (B) 57 (C) 58 (D) 60 (E) 61
21. Alina writes the numbers 1, 2, ..., 9 on separate cards, one number per card. She wishes to divide the cards into 3 groups of 3 cards so that the sum of the numbers in each group will be the same. In how many ways can this be done?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
22. In a sequence of positive integers, each term after the second is the product of the previous two terms. The sixth term in the sequence is 4000. What is the first term?
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 10
23. Each square in a 3×3 grid is randomly filled with one of the 4 gray-and-white tiles shown below on the right.

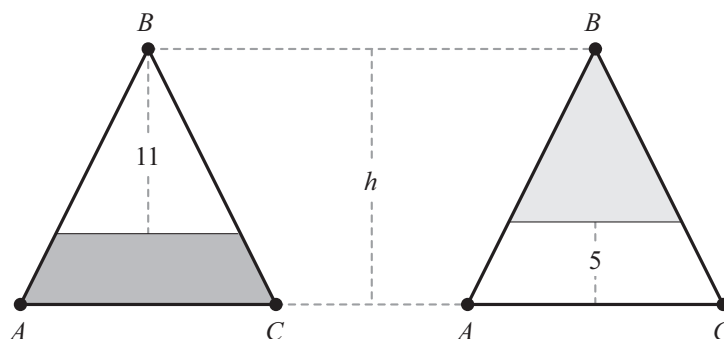


What is the probability that the tiling will contain a large gray diamond in one of the smaller 2×2 grids? Below is an example of such a tiling.



- (A) $\frac{1}{1024}$ (B) $\frac{1}{256}$ (C) $\frac{1}{64}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{4}$

24. Isosceles triangle ABC has equal side lengths AB and BC . In the figures below, segments are drawn parallel to $\overline{AC}$ so that the shaded portions of $\triangle ABC$ have the same area. The heights of the two unshaded portions are 11 and 5 units, respectively. What is the height h of $\triangle ABC$?



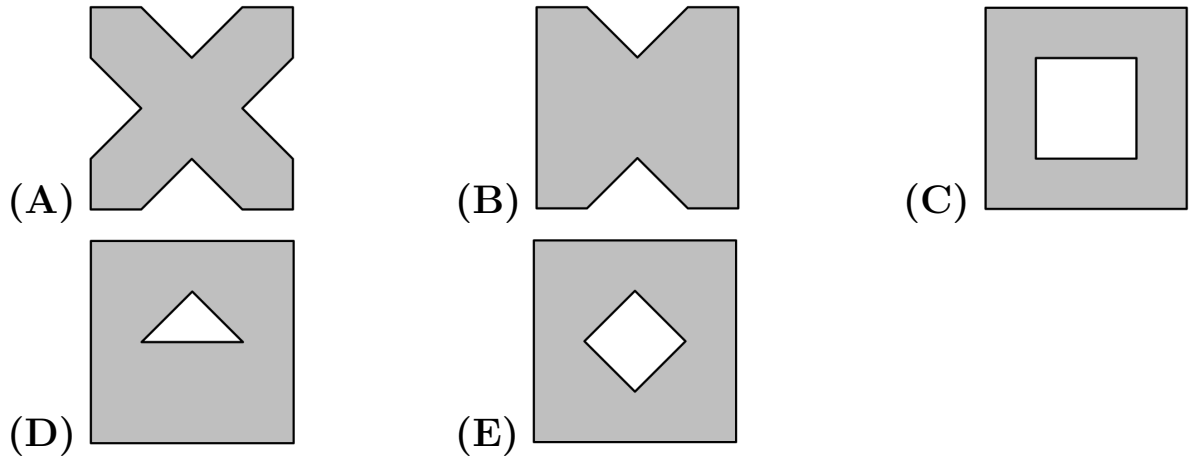
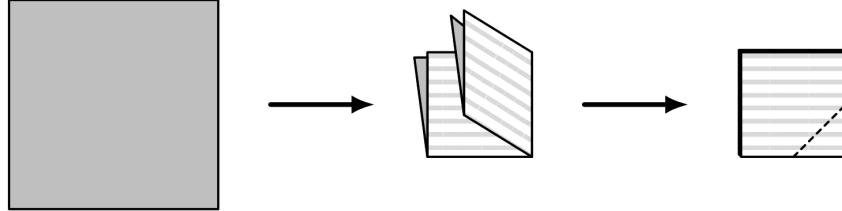
- (A) 14.6 (B) 14.8 (C) 15 (D) 15.2 (E) 15.4
25. Fifteen integers $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ are arranged in order on a number line. The integers are equally spaced and have the property that

$$1 \leq a_1 \leq 10, \quad 13 \leq a_2 \leq 20, \quad \text{and} \quad 241 \leq a_{15} \leq 250.$$

What is the sum of the digits of a_{14} ?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

1. Biểu thức $(8 \times 4 + 2) - (8 + 4 \times 2)$ có giá trị là bao nhiêu?
 (A) 0 (B) 6 (C) 10 (D) 18 (E) 24
2. Gấp một mảnh giấy hình vuông hai lần như hình dưới đây. Sau đó cắt tờ giấy theo đường đứt đoạn. Hỏi khi mở tờ giấy đó thì được hình nào dưới đây?



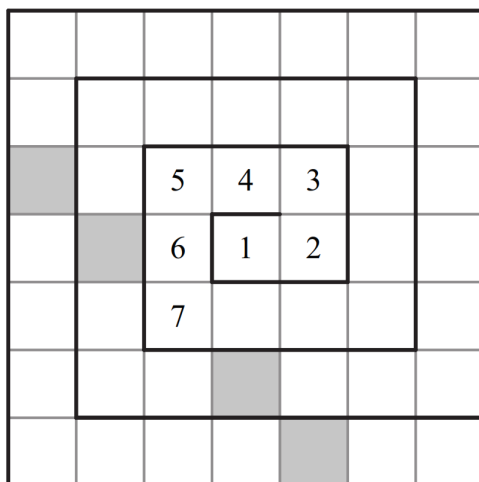
3. *Độ lạnh của gió* là chỉ số cho biết độ lạnh mà con người cảm nhận khi đối mặt với một cơn gió. Để ước lượng độ lạnh của gió, người ta dùng công thức dưới đây:

$$\text{Độ lạnh của gió} = \text{Nhiệt độ không khí} - 0,7 \times \text{Tốc độ của gió},$$

trong đó, nhiệt độ được đo ở thang đo Fahrenheit ($^{\circ}F$) và tốc độ của gió có đơn vị là dặm trên giờ (mph). Giả sử nhiệt độ không khí là $36^{\circ}F$ và tốc độ của gió là $18\ mph$. Trong các số dưới đây, số nào ước lượng chính xác nhất về độ lạnh của gió?

- (A) 18 (B) 23 (C) 28 (D) 32 (E) 35

4. Các số tự nhiên từ 1 đến 49 lần lượt được điền vào một hình xoắn ốc của lưới vuông, bắt đầu từ ô trung tâm. Một vài số đầu tiên đã được điền vào lưới như hình dưới đây.



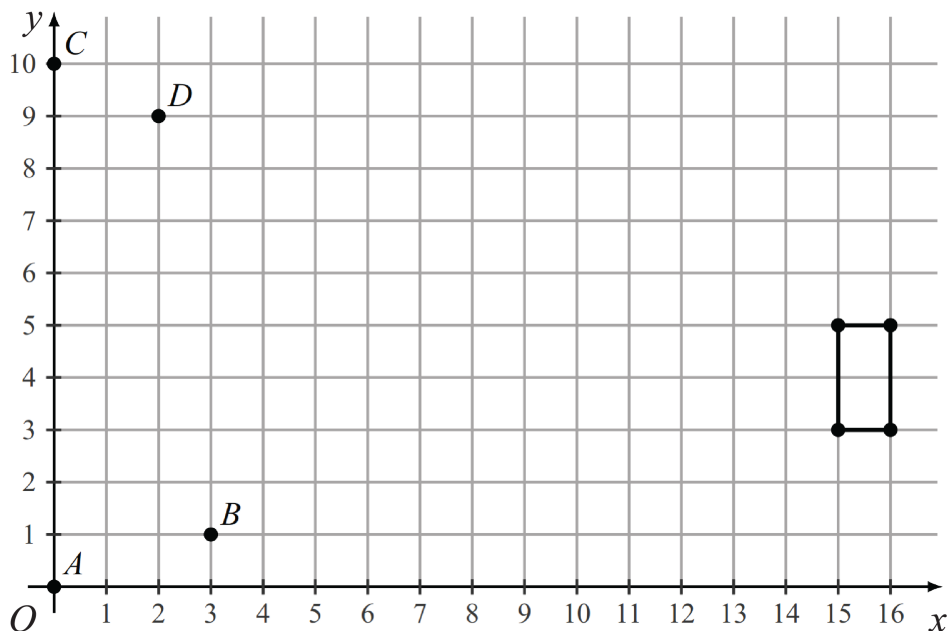
Xét các số được điền vào những ô màu xám trên cùng đường chéo với ô điền số 7. Trong những số đó, có bao nhiêu số là số nguyên tố?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
5. Trong một hồ nước có 250 con cá hồi và một số loài cá khác. Một nhà sinh vật học đã bắt 180 con cá và đếm được trong đó có 30 con cá hồi. Sau đó nhà sinh vật học thả lại các con cá vào trong hồ. Giả sử rằng tỉ lệ cá hồi trong số cá bắt được đúng bằng tỉ lệ cá hồi trong hồ. Hỏi có bao nhiêu con cá trong hồ?
- (A) 1250 (B) 1500 (C) 1750 (D) 1800 (E) 2000
6. Các chữ số 2, 0, 2 và 3 được đặt vào các ô vuông trong biểu thức dưới đây, mỗi chữ số vào một ô. Hỏi giá trị lớn nhất của biểu thức có thể là bao nhiêu?

$$\square^{\square} \times \square^{\square}$$

- (A) 0 (B) 8 (C) 9 (D) 16 (E) 18

7. Cho một hình chữ nhật với các cạnh song song hai trục Ox và Oy có hai đỉnh đối diện là hai điểm $(15; 3)$ và $(16; 5)$. Vẽ một đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; 0)$ và $B(3; 1)$. Vẽ một đường thẳng khác đi qua hai điểm $C(0; 10)$ và $D(2; 9)$. Hỏi hai đường thẳng này cắt các cạnh của hình chữ nhật tại mấy điểm?



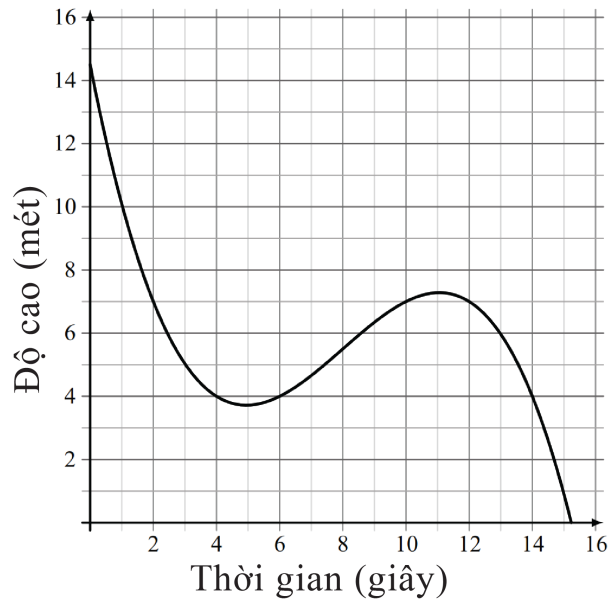
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
8. Lola, Lolo, Tiya và Tiyo tham gia một giải thi đấu bóng bàn. Mỗi vận động viên thi đấu với mỗi người trong ba vận động viên còn lại đúng 2 trận. Hình dưới đây thể hiện kết quả thắng - thua của các vận động viên. Trong đó số 1 và số 0 lần lượt thể hiện cho một trận thắng và một trận thua. Ví dụ Lola thắng 5 trận và để thua trận thứ 4.

<i>Vận động viên</i>	<i>Kết quả</i>
Lola	1 1 1 0 1 1
Lolo	1 0 1 0 1 0
Tiya	0 1 0 1 0 0
Tiyo	? ? ? ? ? ?

Hỏi kết quả nào dưới đây là kết quả thắng - thua của Tiyo?

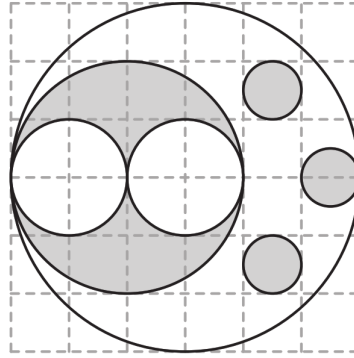
- (A) 0 0 0 1 0 1 (B) 0 0 1 0 0 1 (C) 0 1 0 0 0 0
 (D) 0 1 0 1 0 1 (E) 0 1 1 0 0 0

9. Malaika đang trượt tuyết trên núi. Biểu đồ dưới đây thể hiện độ cao của bạn ấy so với chân núi thay đổi theo đường trượt tuyết. Hỏi bạn ấy ở độ cao từ 4 mét tới 7 mét tổng cộng bao nhiêu giây?



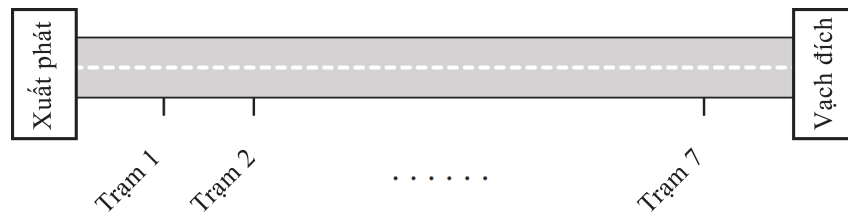
- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14
10. Harold làm bánh mận cho chuyến đi dã ngoại. Bạn ấy chỉ có thể ăn được $\frac{1}{4}$ số bánh và để phần còn lại cho những người bạn của mình. Một con tuần lộc đi qua đã ăn mất $\frac{1}{3}$ số bánh còn lại đó. Rồi một con nhím đã ăn hết $\frac{1}{3}$ số bánh mà con tuần lộc để lại. Hỏi khi đó số bánh còn lại chiếm mấy phần số bánh ban đầu?
- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{5}{12}$
11. Con tàu Perseverance Rover của NASA được phóng đi vào ngày 30 tháng 7 năm 2020. Khoảng 6,5 tháng sau, khi đã di chuyển được quãng đường dài 292 526 838 dặm, con tàu đáp xuống Jezero Crater trên sao Hỏa. Hỏi vận tốc trung bình của con tàu là khoảng bao nhiêu dặm mỗi giờ?
- (A) 6000 (B) 12000 (C) 60000 (D) 120000 (E) 600000

12. Hình dưới đây gồm một hình tròn lớn màu trắng và một số hình tròn nhỏ nằm bên trong có màu xám hoặc màu trắng.



Hỏi phần diện tích màu xám chiếm bao nhiêu phần diện tích hình tròn lớn?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{11}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{19}{36}$ (E) $\frac{5}{9}$
13. Dọc một đường đua xe đạp có 7 trạm cấp nước, chia đoạn đường từ điểm xuất phát tới vạch đích thành các đoạn bằng nhau như hình dưới đây.

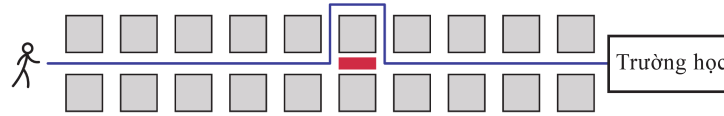


Bên cạnh đó cũng có 2 trạm sửa xe, chia đoạn đường từ điểm xuất phát tới vạch đích thành các đoạn bằng nhau. Biết rằng trạm cấp nước thứ 3 nằm sau trạm sửa xe thứ nhất 2 dặm. Hỏi đường đua xe đạp dài bao nhiêu dặm?

- (A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 48 (E) 96
14. Nicolas muốn gửi một món quà cho bạn Anton, là một nhà sưu tập tem. Nicolas có các con tem trị giá 5 xu, 10 xu và 25 xu; mỗi loại có đúng 20 chiếc. Nicolas muốn tặng Anton nhiều tem nhất có thể nhưng tổng giá trị của những chiếc tem đó phải đúng bằng 7, 10 đồng. Hỏi Nicolas có thể tặng Anton bao nhiêu con tem? (7, 10 đồng có giá trị là 7 đồng và 10 xu. Mỗi đồng có giá trị bằng 100 xu.)

- (A) 45 (B) 46 (C) 51 (D) 54 (E) 55

15. Viswam đi bộ nửa dặm mỗi ngày để đến trường. Quảng đường đó gồm 10 khối nhà giống nhau và Viswam cần 1 phút để đi qua một khối nhà như vậy. Ngày hôm nay, sau khi đi qua 5 khối nhà thì Viswam phải đi vòng qua một khối nhà để đi tới trường như hình vẽ dưới đây.



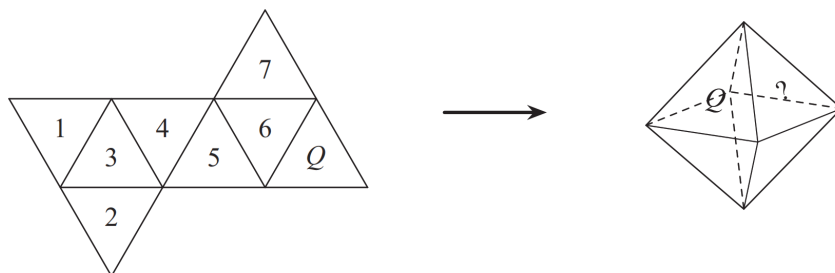
Kể từ thời điểm bắt đầu đi vòng, Viswam cần di chuyển với vận tốc nào (dặm trên giờ) để có thể đến trường đúng giờ như thường lệ?

- (A) 4 (B) 4,2 (C) 4,5 (D) 4,8 (E) 5
16. Các chữ cái P, Q và R được điền vào bảng kích thước 20×20 theo quy luật như hình vẽ dưới đây.

$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$
Q	R	P	Q	R	...
P	Q	R	P	Q	...
R	P	Q	R	P	...
Q	R	P	Q	R	...
P	Q	R	P	Q	...

Hỏi có bao nhiêu chữ cái P, Q, R được điền vào bảng?

- (A) 132 P; 134 Q; 134 R (B) 133 P; 133 Q; 134 R
 (C) 133 P; 134 Q; 133 R (D) 134 P; 132 Q; 134 R
 (E) 134 P; 133 Q; 133 R
17. Hình bát diện đều gồm 8 mặt là những tam giác đều. Jun đã gấp một hình bát diện đều như hình bên phải từ mảnh giấy bên trái.



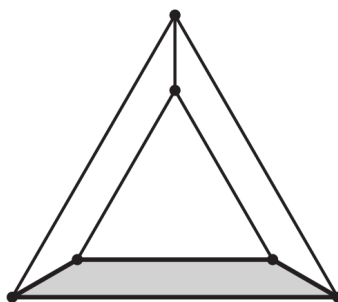
Hỏi mặt bên phải của mặt Q được đánh số nào?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Cào cào Greta đang ngồi trong một hàng dài các lá súng dưới hồ. Ở bất kỳ lá súng nào, Greta có thể nhảy sang phải 5 lá hoặc nhảy sang trái 3 lá. Hỏi Greta cần nhảy ít nhất bao nhiêu lần để tới chiếc lá thứ 2023 ở bên phải của mình?

(A) 405 (B) 407 (C) 409 (D) 411 (E) 413

19. Một tam giác đều được đặt vào phía trong của một tam giác đều khác sao cho phần diện tích ở giữa hai tam giác có thể chia thành 3 hình thang cân như hình dưới đây.



Cạnh tam giác nằm bên trong bằng $\frac{2}{3}$ cạnh tam giác bên ngoài. Hỏi tỉ số diện tích của một hình thang cân và diện tích hình tam giác bên trong là bao nhiêu?

(A) 1 : 3 (B) 3 : 8 (C) 5 : 12 (D) 7 : 16 (E) 4 : 9

20. Hai số tự nhiên được thêm vào dãy 3, 3, 8, 11, 28 để khoảng biến thiên tăng gấp đôi. Biết rằng một và trung vị của dãy không thay đổi, hỏi tổng của hai số được thêm vào có thể lớn nhất bằng bao nhiêu?

(A) 56 (B) 57 (C) 58 (D) 60 (E) 61

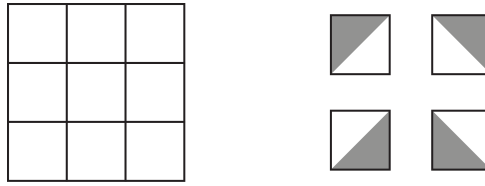
21. Alina viết các số 1, 2, ..., 9 vào các tấm thẻ riêng biệt, mỗi số một thẻ. Bạn ấy muốn chia các tấm thẻ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 3 thẻ sao cho tổng các số trong mỗi nhóm bằng nhau. Hỏi Alina có bao nhiêu cách để làm như vậy?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

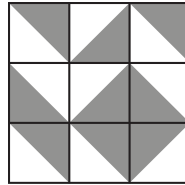
22. Trong một dãy các số nguyên dương, kể từ số hạng thứ ba trở đi, mỗi số có giá trị bằng tích của hai số hạng liền trước. Số hạng thứ 6 của dãy có giá trị là 4000. Hỏi số hạng đầu tiên của dãy có giá trị là bao nhiêu?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 10

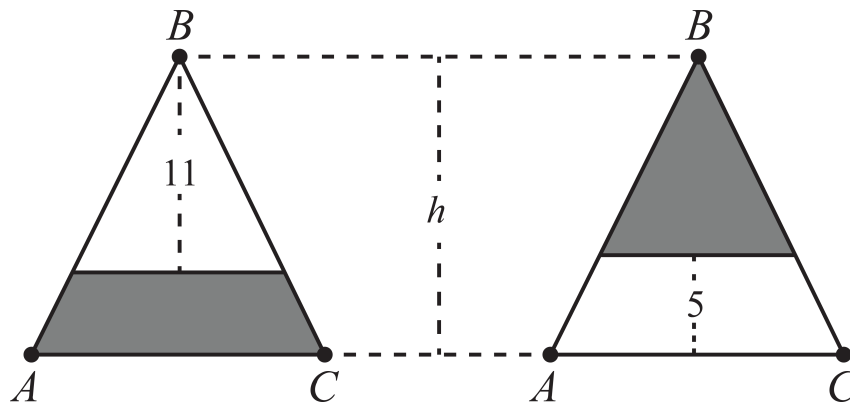
23. Mỗi hình vuông đơn vị của lưới 3×3 được tô ngẫu nhiên bởi một trong 4 cách tô như hình dưới đây.



Hỏi xác suất để xuất hiện một hình vuông nhỏ màu xám trong lưới 2×2 là bao nhiêu? Ví dụ dưới đây là một cách tô màu thỏa mãn.



- (A) $\frac{1}{1024}$ (B) $\frac{1}{256}$ (C) $\frac{1}{64}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{4}$
24. Cho tam giác ABC cân tại B . Trong hình dưới đây, người ta vẽ hai đường thẳng song song với AC để được hai phần xám có diện tích bằng nhau.



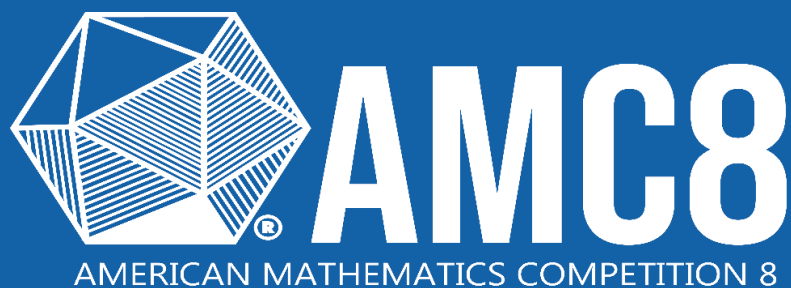
Biết rằng chiều cao của hai phần màu trắng lần lượt là 11 và 5 đơn vị. Hỏi chiều cao h của tam giác ABC là bao nhiêu đơn vị?

- (A) 14,6 (B) 14,8 (C) 15 (D) 15,2 (E) 15,4
25. Các số $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ lần lượt được chọn trên trục số sao cho khoảng cách giữa hai số được chọn liên tiếp bằng nhau. Biết rằng:

$$1 \leq a_1 \leq 10, \quad 13 \leq a_2 \leq 20, \quad \text{và} \quad 241 \leq a_{15} \leq 250.$$

Hỏi tổng các chữ số của số a_{14} là bao nhiêu?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12



ĐÁP ÁN
THI CHÍNH THỨC
KỲ THI TOÁN HỌC HOA KỲ AMC8 NĂM 2023
(American Mathematics Competition 8)

AMC8	Câu 1. D	Câu 6. C	Câu 11. C	Câu 16. C	Câu 21. C
	Câu 2. E	Câu 7. B	Câu 12. B	Câu 17. A	Câu 22. D
	Câu 3. B	Câu 8. A	Câu 13. D	Câu 18. D	Câu 23. C
	Câu 4. D	Câu 9. B	Câu 14. E	Câu 19. C	Câu 24. A
	Câu 5. B	Câu 10. D	Câu 15. B	Câu 20. D	Câu 25. A



nluyện.vn